

Triangles et angles

Cette fiche aborde la propriété de la somme des angles d'un triangle qui est importante pour déterminer la mesure d'un angle.

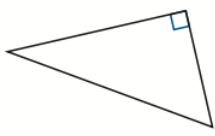
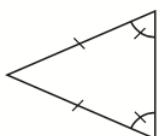
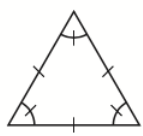
I) La leçon

1) Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur d'un côté (en particulier le plus grand) est toujours strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Cela permet de savoir si un triangle existe lorsqu'on donne la longueur de ses trois côtés. (voir **Ce qu'il faut savoir faire** ci-dessous).

2) Triangles particuliers

Triangle rectangle	Triangle isocèle	Triangle équilatéral
 Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.	 – Un triangle isocèle est un triangle qui a (au moins) deux côtés de même longueur. – Un triangle isocèle est un triangle qui a (au moins) deux angles égaux.	 – Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de même longueur (c'est donc un triangle isocèle). – Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois angles égaux (à 60°).

Ces propriétés sont dites « caractéristiques », c'est-à-dire qu'elles permettent de démontrer qu'un triangle est particulier (rectangle, isocèle ou équilatéral) et, s'il est particulier, d'en déduire les propriétés sur les angles et les longueurs de côté.

Un triangle peut être rectangle et isocèle.

Un triangle qui n'est ni rectangle, ni isocèle (donc ni équilatéral) est un **triangle quelconque**.

3) Somme des angles d'un triangle

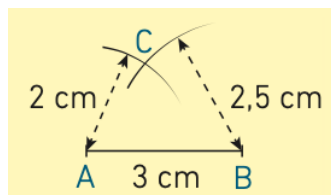
Propriété : dans un triangle, la somme des angles est égale à 180° .

II) Ce qu'il faut savoir faire

Tracer un triangle dont on donne les longueurs des trois côtés

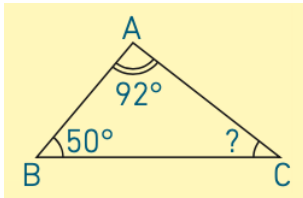
Exemple : tracer si possible un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm et $BC = 2,5$ cm.

- **Étape 1** : AB est le plus grand côté et $AB < AC + BC$ donc le triangle est constructible.
- **Étape 2** : On trace un des côtés.
- **Étape 3** : Avec le compas on trace le troisième sommet. • On trace les deux autres côtés.



Attention : le tracé consistant à faire des essais avec sa règle pour placer le troisième sommet ne convient pas. Il faut laisser les traits de construction (arcs de cercle) qui attestent que le compas a été utilisé.

Calculer un angle en utilisant la propriété de la somme des angles d'un triangle



Exemple : calculer l'angle $\hat{C}$ du triangle ACB.

Étapes	Solution
1. On écrit la propriété de la somme des angles d'un triangle avec le nom des angles du triangle.	Dans le triangle ACB, on a $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.
2. On remplace les angles dont on connaît la valeur par cette valeur et on résout l'équation obtenue.	$92^\circ + 50^\circ + \hat{C} = 180^\circ$ $142^\circ + \hat{C} = 180^\circ$ $\hat{C} = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ.$

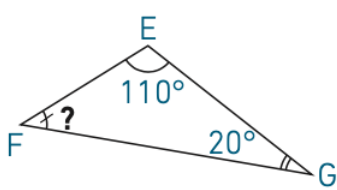
Démontrer qu'un triangle est rectangle ou isocèle ou équilatéral en utilisant la somme des angles d'un triangle

Exemple : ABC est un triangle tel que $\hat{A} = 47^\circ$ et $\hat{B} = 43^\circ$. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

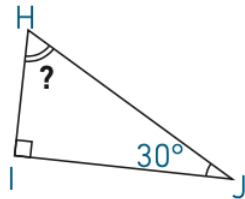
On utilise la propriété caractéristique des angles de ces triangles particuliers. Dans le triangle ABC, on a $\hat{C} = 180^\circ - (47^\circ + 43^\circ) = 90^\circ$ donc ABC est un triangle rectangle en C.

III) Je m'entraîne

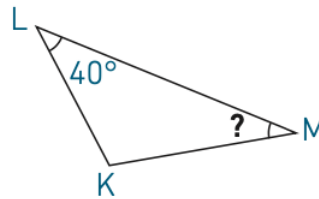
- Tracer si possible un triangle KLM tel que $KL = 4$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 3$ cm.
 - Tracer si possible le triangle NPR tel que $NR = 6$ cm, $NP = 8$ cm et $PR = 1,5$ cm.
2. Dans chaque cas, calculer, si possible, l'angle repéré par un point d'interrogation.



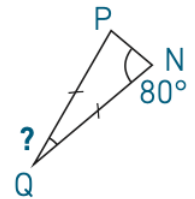
Cas 1



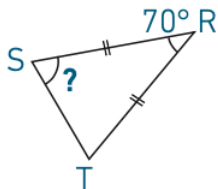
Cas 2



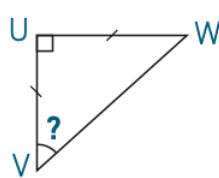
Cas 3



Cas 4



Cas 5



Cas 6

3. Déterminer, de la façon la plus précise possible, la nature de chacun de ces triangles.

