digiSchool Éducation

Poussée d'Archimède

Cette fiche est la suite du cours sur la statique des fluides et aborde le sujet suivant : la poussée d'Archimède.

On suppose dans toute la suite que le référentiel d'étude est **galiléen**.

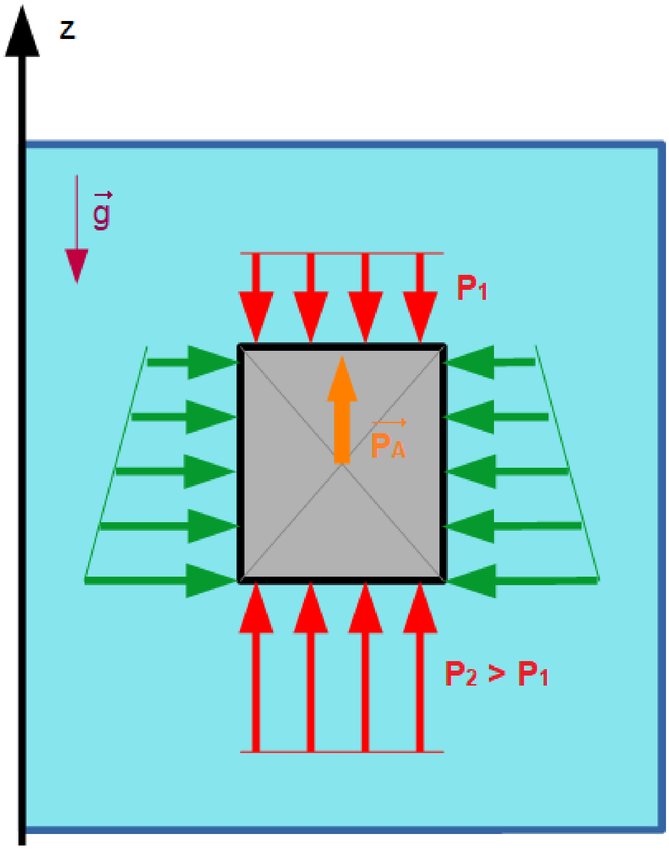
I. Notions fondamentales : rappels

- Cette fiche fait appel à des notions déjà abordées en classe de première :
  - Notions de fluide et de particule fluide ;
  - Description d'un système : notions de pression, volume, densité, etc. ;
  - Phases d'un corps : solide, liquide, gaz.
- Les fiches suivantes permettent de **revoir ces notions** si nécessaire :
  - Statique des fluides ;
  - Les transformations physiques.

II. Poussée d'Archimède

1. Introduction

- Considérons une boîte rectangulaire étanche immergée dans l'eau :



- Nous savons que la pression dans un fluide au repos augmente avec la profondeur (loi fondamentale de l'hydrostatique) :
  - La pression P_2 exercée par l'eau sur le fond de la boîte est donc plus élevée que la pression P_1 exercée sur le sommet de la boîte ;
  - Les forces de pression exercées vers le haut sur le fond de la boîte sont donc plus fortes que celles qui s'exercent sur le sommet de la boîte, vers le bas ;
  - D'autre part les forces de pression latérales (en vert) se compensent ;
- On en déduit que la boîte subit une **force résultante dirigée vers le haut**, notée $\vec{P}_A$ (parfois $\vec{\Pi}$ ou $\vec{F}_A$), et appelée poussée d'Archimède (à ne pas confondre avec une pression !) en l'honneur du grand savant grec qui a découvert ce phénomène dans l'Antiquité.
- Le résultat peut être généralisé à tout corps plongé dans un fluide, **quelle que soit sa forme**.

2. Énoncé du principe d'Archimède

- **Principe d'Archimède** :
  - Tout corps plongé dans un fluide **incompressible** et au **repos**(*), subit une force verticale, dirigée vers le haut, qui est l'**opposé du poids du fluide déplacé** : cette force est appelée poussée d'Archimède. Elle correspond à la résultante des forces de pression que le fluide exerce sur le corps.
  - Dans le cas d'un fluide **homogène** (masse volumique constante), la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ s'écrit :

$$\vec{P}_A = -\vec{P}_{\text{fluide déplacé}} = -\rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot \vec{g}$$

- Sa valeur est donnée par :

$$P_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot g$$

avec :

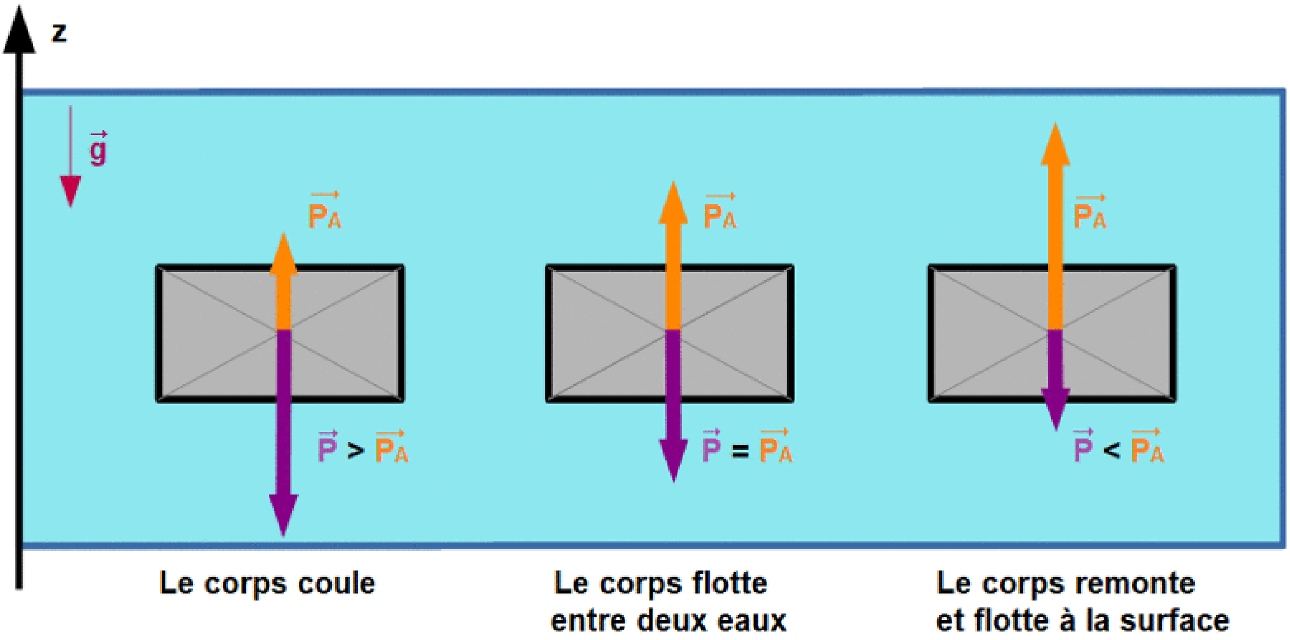
- $\vec{P_A}$: poussée d'Archimède subie par le corps (en N) ;
- $\vec{P}_{\text{fluide déplacé}}$: poids du volume de fluide déplacé (pour plonger le corps) ;
- ρ_{fluide} : masse volumique du fluide (en kg/m^3) ;
- $V_{\text{immergé}}$: volume de la partie immergée du corps (en m^3) ;
- $\vec{g}$: accélération de la pesanteur (supposée uniforme), en $m.s^{-2}$.

(*) dans un champ de pesanteur uniforme

- ATTENTION !
  - Le principe d'Archimède s'applique aux corps **complètement immergés**, mais pas toujours aux corps qui ne sont que partiellement immergés. C'est ainsi qu'il s'applique aux corps qui flottent dans un liquide. Mais il n'est pas valable dans le cas du bouchon d'un lavabo rempli !
  - La poussée d'Archimède dépend de la masse volumique du **fluide**, et non pas de celle du **corps**. Ainsi un même volume immergé d'acier et de bois subiront la **même poussée d'Archimède** (s'ils sont plongés dans le même fluide).
- **Remarques** :
  - Le principe d'Archimède se démontre aujourd'hui à l'aide des lois de la physique : il est donc aussi appelé le **théorème** d'Archimède.
  - Il s'applique à **tous les fluides** et donc aussi aux gaz.

3. Flottabilité des corps

- Une des conséquences du principe d'Archimède est que certains corps flottent à la surface de l'eau.
- Étudions le mouvement d'un corps de masse volumique ρ et de volume V, plongé entièrement dans l'eau puis relâché sans vitesse initiale (voir figure). Le corps est soumis à deux forces (si on néglige les frottements) :
  - Son poids $\vec{P}$;
  - La poussée d'Archimède $\vec{P_A}$ exercée par l'eau sur le corps.



- Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la **2e loi de Newton** nous permet d'écrire :

$$\vec{P} + \vec{P_A} = m \cdot \vec{a}$$

- On en déduit que l'accélération est **verticale**, et en projetant sur la verticale orientée positivement vers le haut, on trouve :

$$m \cdot a = P_A - P$$

- Or nous connaissons les valeurs des forces :
    - $P = m \cdot g = \varrho \cdot V \cdot g$ (car $\varrho = \frac{m}{V}$ donc $m = \varrho \cdot V$) ;
    - et d'après le principe d'Archimède, $P_A = \varrho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot g = \varrho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g$ (car le corps est **totalement immergé** donc $V_{\text{immergé}} = V$).
- Nous obtenons finalement la relation :

$$m \cdot a = P_A - P = \varrho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g - \varrho \cdot V \cdot g = (\varrho_{\text{eau}} - \varrho) \cdot V \cdot g$$

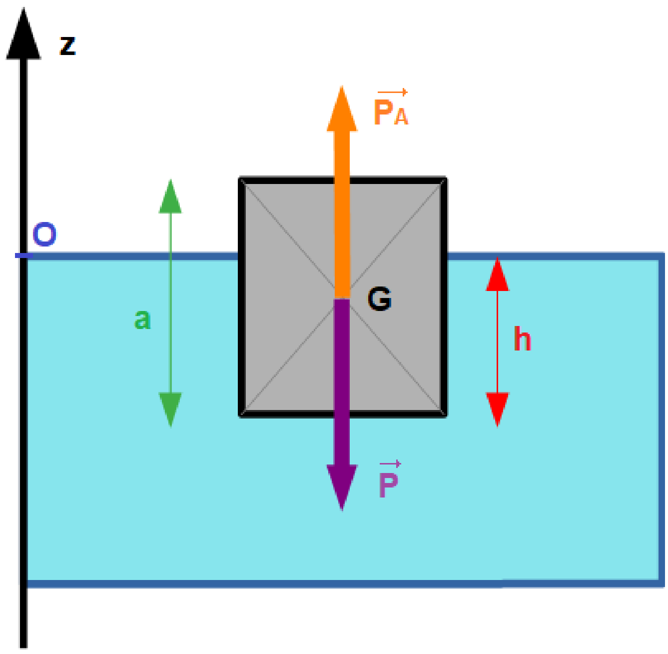
- L'accélération verticale est donc du **signe** de $\varrho_{\text{eau}} - \varrho = \varrho_{\text{eau}} \cdot (1 - d)$ où $d = \frac{\varrho}{\varrho_{\text{eau}}}$ est par définition la densité du corps.
- **Résultat** :
    - Si le corps est **plus dense** que l'eau ($d > 1$ ou encore $\varrho > \varrho_{\text{eau}}$), son accélération $a < 0$ et donc il accélère vers le bas : le corps **coule** ;
    - Si le corps est **moins dense** que l'eau ($d < 1$ ou encore $\varrho < \varrho_{\text{eau}}$), son accélération $a > 0$ et donc il accélère vers le haut : le corps remonte en surface et **flotte** ;
    - Si le corps **a la même densité** que l'eau ($d = 1$ ou encore $\varrho = \varrho_{\text{eau}}$), son accélération est nulle et donc il reste au repos : le corps **flotte entre deux eaux** (c'est le cas d'un poisson immobile dans l'eau).
- **Remarques** :

- Le résultat se généralise à d'autres liquides : par exemple, un corps flotte dans l'huile si sa masse volumique $\varrho < \varrho_{\text{huile}}$ ou encore si sa densité $d < d_{\text{huile}}$ (environ $0,9$).
- Le résultat est valable même si le corps n'est pas homogène : dans ce cas, $\varrho = \frac{m}{V}$ représente sa masse volumique **moyenne** et d sa densité **moyenne**.
- Attention ! Si le corps est un gaz (une bulle dans l'eau par exemple) la densité est définie différemment et il faut alors raisonner avec les masses volumiques.

4. Étude d'un corps flottant

a. Énoncé

- Considérons un glaçon en forme de cube (de côté a) flottant à la surface de l'eau dans un verre :



- En négligeant la poussée d'Archimède due à l'air, de quelle hauteur *h* s'enfonce-t-il dans l'eau ?
- **<u>Données</u>** :
  - $\varrho_{\text{glace}} \approx 900\ kg/m^3$;
  - $\varrho_{\text{eau}} \approx 1000\ kg/m^3$;
  - $a = 3\ cm.$

b. Solution

- Le glaçon est soumis à **deux forces** (voir figure ci-dessus) :
  - Son poids $\vec{P}$;
  - La poussée d'Archimède $\vec{P_A}$ exercée par l'eau sur le glaçon.
- Nous connaissons les valeurs des forces :
  - $P = m \cdot g = \varrho_{\text{glace}} \cdot V \cdot g = \varrho_{\text{glace}} \cdot g \cdot a^3$ (car $V = a^3$ pour le cube)
  - et d'après le principe d'Archimède, $P_A = \varrho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot g$

- **Attention** : le corps n'étant pas complètement immergé, il faut calculer le volume du glaçon qui se trouve **sous l'eau** : $V_{\text{immergé}} = h \cdot a^2$ (car $V_{\text{immergé}} < V_{\text{glaçon}}$)

- On trouve finalement :

$$P = \varrho_{\text{glace}} \cdot g \cdot a^3 \text{ et } P_A = \varrho_{\text{eau}} \cdot g \cdot h \cdot a^2$$

- Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le glaçon est au repos, donc d'après la **1re loi de Newton** la somme des forces est nulle. En projection sur l'axe (Oz), nous en déduisons :

$$P_A - P = 0$$
$$\Leftrightarrow P_A = P$$
$$\Leftrightarrow \varrho_{\text{eau}} \cdot g \cdot h \cdot a^2 = \varrho_{\text{glace}} \cdot g \cdot a^3$$

- Ce qui donne la réponse :

$$h = \frac{a \cdot \varrho_{\text{glace}}}{\varrho_{\text{eau}}} = 2,7\ cm$$

- On trouve donc que 90% du volume du glaçon est immergé ($\frac{h}{a} = \frac{2,7}{3} = 0,9$) et donc que seulement 10% de la glace émerge, résultat qui est bien connu pour les icebergs.

5. Cas de l'atmosphère terrestre

- Le principe d'Archimède s'applique également aux gaz et donc en particulier à l'air ambiant sur Terre.

- Les corps présents dans l'atmosphère sont donc soumis à la poussée d'Archimède. Cette dernière est toutefois **négligeable** lorsque les corps ont une **masse volumique** bien **supérieure à celle de l'air** ($\varrho_{\text{air}} \approx 1,3\ kg/m^3$), ce qui est très souvent le cas. Même avec du polystyrène expansé de densité très faible ($d = 0,02$, $\varrho = 20\ kg/m^3$) la poussée d'Archimède n'atteint que 6% du poids environ.

- En revanche, la poussée d'Archimède dans l'air **n'est plus du tout négligeable** lorsque le système étudié est lui-même constitué de **gaz**, ce qui est le cas par exemple pour une montgolfière ou un ballon de foire.

- Les gaz plus denses que l'air (CO_2 par exemple) ont donc tendance à s'accumuler au sol (s'ils sont dégagés en grande quantité). Les gaz moins denses que l'air (H_2 ou He par exemple) ont au contraire tendance à s'élever.

- Ainsi pour un ballon à l'hélium ($\varrho_{\text{He}} \approx 0,18\ kg/m^3$) de volume $V = 7\ L$ et dont l'enveloppe a une masse de $2\ g$, on trouve (avec $g \approx 10\ N/kg$) :
    - Poids de l'hélium : $P = m \cdot g = \varrho_{\text{He}} \cdot V \cdot g \approx 0,18 \times 0,007 \times 10 = 1,3 \times 10^{-2}\ N$;
    - Poids de l'enveloppe : $0,002 \times 10 = 2 \times 10^{-2}\ N$;
    - Poids total du ballon gonflé : $3,3 \times 10^{-2}\ N$;
    - Poussée d'Archimède : $P_A = \varrho_{\text{air}} \cdot V \cdot g \approx 1,3 \times 0,007 \times 10 = 9,1 \times 10^{-2}\ N$.

  La poussée d'Archimède est environ **trois fois plus grande** que le poids du ballon et donc celui-ci monte dès qu'on le lâche.

= Merci à **krinn** pour avoir contribué à l'élaboration de cette fiche =